**Санкт-Петербургский государственный университет**

**Р А Б О Ч А Я П Р О Г Р А М М А**

**УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ**

Теория функций комплексной переменной: дополнительные главы и приложения

Theory of Functions of Complex Variable: Special Topics and Applications

**Язык(и) обучения**

русский

Трудоемкость в зачетных единицах: 2

Регистрационный номер рабочей программы: 051664

**Раздел 1. Характеристики учебных занятий**

**1.1. Цели и задачи учебных занятий**

Сообщить дополнительные сведения по теории функций комплексной переменной и ее приложениям, необходимые для специализации в области теории функций и функционального анализа. Формирование у обучающихся навыков научной работы.

**1.2. Требования подготовленности обучающегося к освоению содержания учебных занятий (пререквизиты)**

Владение курсом «Математический анализ» и начальными понятиями курса «Функциональный анализ».

**1.3. Перечень результатов обучения (learning outcomes)**

ПКА -1, ПКА-5, ПКП-1, ПКП-4, ПКА-5

Обучающийся должен овладеть теоретическим материалом в объеме, предусмотренном программой, уметь применять полученные знания при решении теоретических и прикладных задач в области теории функций комплексной переменной. В частности обучающийся должен овладеть основными понятиями и методами теории целых функций и основами геометрической теории функций.

**1.4. Перечень и объём активных и интерактивных форм учебных занятий**

Самостоятельная работа: индивидуальное изучение методических материалов и рекомендованной литературы.

**Раздел 2. Организация, структура и содержание учебных занятий**

**2.1. Организация учебных занятий**

**2.1.1 Основной курс**

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Трудоёмкость, объёмы учебной работы и наполняемость групп обучающихся | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| Код модуля в составе дисциплины,  практики и т.п. | Контактная работа обучающихся с преподавателем | | | | | | | | | | | | Самостоятельная работа | | | | Объём активных и интерактивных  форм учебных занятий | Трудоёмкость |
| лекции | семинары | консультации | практические  занятия | лабораторные работы | контрольные работы | коллоквиумы | текущий контроль | промежуточная  аттестация | итоговая аттестация | под руководством преподавателя | в присутствии  преподавателя | сам. раб. с использованием  методических материалов | текущий контроль (сам.раб.) | промежуточная аттестация (сам.раб.) | итоговая аттестация  (сам.раб.) |
| ОСНОВНАЯ ТРАЕКТОРИЯ | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| Форма обучения: очная | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| Семестр 5 | 30 |  |  |  |  |  |  |  | 2 |  |  | 30 |  |  | 10 |  | 10 | 2 |
|  | 2-100 |  |  |  |  |  |  |  | 10-25 |  |  | 10-25 |  |  | 1-1 |  |  |  |
| ИТОГО | 30 |  |  |  |  |  |  |  | 2 |  |  | 30 |  |  | 10 |  |  | 2 |

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Виды, формы и сроки текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации | | | | | | |
| Код модуля в составе дисциплины, практики и т.п. | Формы текущего контроля успеваемости | | Виды промежуточной аттестации | | Виды итоговой аттестации  (только для программ итоговой аттестации и дополнительных образовательных программ) | |
| Формы | Сроки | Виды | Сроки | Виды | Сроки |
| ОСНОВНАЯ ТРАЕКТОРИЯ | | | | | | |
| Форма обучения: очная | | | | | | |
| Семестр 5 |  |  | зачёт, устно, традиционная форма | по графику промежуточной аттестации |  |  |

**2.2. Структура и содержание учебных занятий**

Период обучения: Семестр 5

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **№ п.п.** | **Наименование темы (раздела, части)** | **Вид учебных занятий** | **Кол-во часов** |
| 1 | Раздел 1. Теория роста целых функций. | лекции | 6 |
| самостоятельная работа в присутствии  преподавателя | 6 |
| 2 | Раздел 2. Теорема Пикара | лекции | 6 |
| самостоятельная работа в присутствии  преподавателя | 6 |
| 3 | Раздел 3. Пространства Харди | лекции | 6 |
| самостоятельная работа в присутствии  преподавателя | 6 |
| 4 | Раздел 4. Конформные отображения. Теорема Римана. | лекции | 6 |
| самостоятельная работа в присутствии  преподавателя | 6 |
| 5 | Раздел 5. Оценки коэффициентов однолистных функций. Уравнение Левнера. Теорема де Бранжа. | лекции | 6 |
| самостоятельная работа в присутствии  преподавателя | 6 |
| 6 | Промежуточная аттестация | самостоятельная работа | 10 |
| зачет | 20 |
| **Итого** | | | **72** |

Раздел 1. Теория роста целых функций.

Порядок и тип целой функции, их вычисление через коэффициенты. Формулы Пуассона и Иенсена. Теоремы Адамара и Бореля о факторизации функций конечного порядка. Разложение в бесконечное произведение синуса и гамма и функции. Теоремы Линделефа о типе целой функции. Принцип Фрагмена-Линделефа. Индикаторная функция и диаграмма.

Раздел 2.Теорема Пикара.

Теорема Пикара для функций конечного порядка. Теорема Блоха о радиусе. Теорема Пикара в общем случае.

Раздел 3. Пространства Харди.

Пространства Харди в полуплоскости. Формулы Коши и Пуассона, существование граничных значений, сходимость к граничным значениям в L^p. Теорема Фату о некасательных граничных значениях. Теоремы Пэли-Винера о преобразовании Фурье функций с полуограниченным и ограниченным спектром.

Раздел 4. Конформные отображения. Теорема Римана.

Теорема Монтеля о нормальных семействах. Последовательности однолистных функций. Доказательство теоремы Римана.

Раздел 5. Оценки коэффициентов однолистных функций. Уравнение Левнера. Теорема де Бранжа.

Однолистные функции в круге. Теорема площадей, теоремы Бибербаха о втором коэффициенте и Кебе об одной четверти. Формулы искажения. Теорема Каратеодори о сходимости к ядру. Уравнение Левнера. Оценка третьего коэффициента. Неравенства Лебедева-Милина. Доказательство де Бранжа гипотезы Бибербаха.

**Раздел 3. Обеспечение учебных занятий**

**3.1. Методическое обеспечение**

**3.1.1 Методические указания по освоению дисциплины**

Успешное освоение дисциплины возможно благодаря посещению лекций, участию в обсуждении вопросов, подготовленных к занятию, самостоятельной работе, включающей в себя чтение специальной литературы по разделам темы, подготовка презентаций по тематике курса.

**3.1.2 Методическое обеспечение самостоятельной работы**

Основная и дополнительная литература.

**3.1.3 Методика проведения текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации и критерии оценивания**

Зачет проводится в устной форме. Билет содержит 2 вопроса, на подготовку к ответу в аудитории отводится не менее 1 академического часа.

После ответа на вопросы билета, преподаватель вправе задать дополнительные вопросы по любой теме из списка вопросов, вынесенных на экзамен. В качестве дополнительных используются вопросы, не требующие длительного вывода и трудоемких вычислений, в том числе основные определения, примеры и логические связи, содержащиеся в курсе.

После ответа на основные и дополнительные вопросы экзаменуемому может быть выдана задача, требующая применения основных идей курса.

По совокупности ответов экзаменуемого выставляется оценка «зачет», «незачет».

Критерии выставления оценок за ответ на зачете:

Оценка «зачет» выставляется, если выполняются три условия:

1. Экзаменуемым в целом дан ответ по всем вопросам билета;

2. Экзаменуемый отвечает более чем на 70% дополнительных вопросов.

3. Экзаменуемый решил выданную задачу.

Оценка «незачет» выставляется, если не выполняются условия для получения оценки «зачет».

**3.1.4 Методические материалы для проведения текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации (контрольно-измерительные материалы, оценочные средства)**

Примерный список вопросов к зачету:

1. Порядок и тип целой функции, их вычисление через коэффициенты.
2. Формулы Пуассона и Иенсена.
3. Связь порядка целой функции и показателя сходимости ее нулей.
4. Теоремы Адамара и Бореля о факторизации функций конечного порядка.
5. Разложение в бесконечное произведение синуса и гамма и функции.
6. Теорема Линделефа о типе целой функции – случай дробного порядка.
7. Теорема Линделефа о типе целой функции – случай целого порядка
8. Принцип Фрагмена-Линделефа.
9. Индикаторная функция и диаграмма.
10. Теорема Пикара для функций конечного порядка.
11. Теорема Блоха о радиусе.
12. Теорема Пикара в общем случае.
13. Пространства Харди в полуплоскости. Формулы Коши и Пуассона, существование граничных значений, сходимость к граничным значениям в L^p.
14. Теорема Фату о некасательных граничных значениях.
15. Теоремы Пэли-Винера о преобразовании Фурье функций с полуограниченным и ограниченным спектром.
16. Теорема Монтеля о нормальных семействах. Последовательности однолистных функций.
17. Доказательство теоремы Римана.
18. Однолистные функции в круге.
19. Теорема площадей.
20. Теоремы Бибербаха о втором коэффициенте и Кебе об одной четверти.
21. Формулы искажения.
22. Теорема Каратеодори о сходимости к ядру.
23. Уравнение Левнера.
24. Оценка третьего коэффициента.
25. Неравенства Лебедева-Милина.
26. Доказательство де Бранжа гипотезы Бибербаха.

**3.1.5 Методические материалы для оценки обучающимися содержания и качества учебного процесса**

Оценка обучающимися содержания и качества учебного процесса по дисциплине осуществляется в установленном в СПбГУ порядке.

**3.2. Кадровое обеспечение**

**3.2.1 Образование и (или) квалификация штатных преподавателей и иных лиц, допущенных к проведению учебных занятий**

К проведению занятий должны привлекаться преподаватели, имеющие ученую степень доктора или кандидата наук (в том числе степень PhD, прошедшую установленную процедуру признания и установления эквивалентности) и/или ученое звание профессора или доцента.

**3.2.2 Обеспечение учебно-вспомогательным и (или) иным персоналом**

Не требуется.

**3.3. Материально-техническое обеспечение**

**3.3.1 Характеристики аудиторий (помещений, мест) для проведения занятий**

Стандартно оборудованные лекционные аудитории, должны вмещать поток в соответствии со списком обучающихся.

**3.3.2 Характеристики аудиторного оборудования, в том числе неспециализированного компьютерного оборудования и программного обеспечения общего пользования**

Доска для письма мелом или фломастером.

**3.3.3 Характеристики специализированного оборудования**

Не требуется.

**3.3.4 Характеристики специализированного программного обеспечения**

Не требуется.

**3.3.5 Перечень и объёмы требуемых расходных материалов**

Мел — не менее 1 куска на час лекционных занятий, фломастеры для доски, губка.

**3.4. Информационное обеспечение**

**3.4.1 Список обязательной литературы**

1. Маркушевич А.И., Теория аналитических функций, том 2, М., Наука, 2009.

**3.4.2 Список дополнительной литературы**

1. Левин Б.Я., Распределение корней целых функций. Москва, Гостехиздат, 1956.

2. Картан А., Элементарная теория аналитических функций одного и нескольких комплексных переменных, Москва, ИЛ, 1963.

**3.4.3 Перечень иных информационных источников**

Не требуется.

**Раздел 4. Разработчики программы**

Баранов Антон Дмитриевич, доктор физ.-мат. наук, профессор кафедры математического анализа, a.d.baranov@spbu.ru